



Universidad Simón Bolívar
 Departamento de Matemáticas
 Puras y Aplicadas
 Septiembre–Diciembre 2011

Nombre: _____

Carné: _____ Sección: _____

1er. Parcial de Matemáticas VII. Recuperación (9:30 AM)

TABLA DE TRANSFORMADAS DE LAPLACE; $a, \omega \in \mathbb{R}$, $\alpha, \beta \in \mathbb{C}$.

$u(x)$	$U(z)$
$u'_{\text{gen}}(x)$	$zU(z)$
$xu(x)$	$-U'(z)$
$u(x-a)$	$U(z)e^{-az}$
$e^{\alpha x}u(x)$	$U(z-\alpha)$
$\alpha u(x) + \beta v(x)$	$\alpha U(z) + \beta V(z)$
$u * v(x)$	$U(z)V(z)$

$u(x)$	$U(z)$
$\delta(x)$	1
$\delta^{(k)}(x)$	z^k
$H(x)$	$\frac{1}{z}$
$H(x)\frac{x^{k-1}}{(k-1)!}$	$\frac{1}{z^k}$
$H(x)e^{\alpha x}$	$\frac{1}{z-\alpha}$

$u(x)$	$U(z)$
$H(x)e^{\alpha x}\frac{x^{k-1}}{(k-1)!}$	$\frac{1}{(z-\alpha)^k}$
$H(x)\text{sen}(\omega x)$	$\frac{\omega}{z^2 + \omega^2}$
$H(x)\text{cos}(\omega x)$	$\frac{z}{z^2 + \omega^2}$
$H(x)\text{senh}(\omega x)$	$\frac{\omega}{z^2 - \omega^2}$
$H(x)\text{cosh}(\omega x)$	$\frac{z}{z^2 - \omega^2}$

1. (12 ptos.) Considere la función $f(x) = (x^2 - \pi^2)1_{[-\pi, \pi]}(x)$
 - a) Calcule $f'''_{\text{gen}}(x)$
 - b) Calcule la integral $\int_{-\pi}^{\pi} f(x)e^{-nxi} dx$, donde $n \in \mathbb{Z}$.
2. (11 ptos.) Obtenga el valor de las constantes a , b y c para que $\sqrt{1+x}\delta''(x-1) = a\delta(x-1) + b\delta'(x-1) + c\delta''(x-1)$.
3. (12 ptos.) Sea $f(x) = (x-1)1_{[0,1]}(x)$. Hallar $u(x)$ tal que $(f * u)(x) = \delta(x) - \delta'(x) - \delta'(x-1)$.
4. (15 ptos.) Resuelva el siguiente problema de valores iniciales, reduciendo a funciones causales

$$\begin{cases} y''(t) - 2y'(t) + y(t) = e^t \\ y(0) = 1 \\ y'(0) = 1 \end{cases}$$

¡Justifique todas sus respuestas!